Leçon 223 : Suites numériques. Convergence, valeurs d'adhérence. Exemples et applications.

1 Généralités (El Amrani)

1.1 Limite et valeurs d'adhérence

- Définition suite convergente et divergente
- Unicité de la limite
- Toute suite convergente est bornée
- Opération sur les limites (+, $\times$ etc.)
- Définition sous-suite
- Toute sous-suite d'une suite convergente l'est aussi
- Définition valeurs d'adhérence
- Une suite convergente n'a qu'une valeur d'adhérence
- Dév 1 : Lemme de la grenouille + Application
- Bolzano-Weierstrass

1.2 Cas réel

- Conservation des inégalités larges
- Théorème des gendarmes
- Utilisation de cas réel pour étudier les suites complexes
- Limite vers $+\infty/\infty$
- Définition suite monotone
- Théorème de la limite monotone
- Déf suites adjacentes + théorème

1.3 Limite inf et limite sup (Rombaldi)

- Définitions
- Elles sont croissantes/décroissantes donc convergent
- Les limites sont des valeurs d'adhérence et ce sont les extrémités
- Caractérisation de la convergence avec la lim sup/inf

1.4 Suites de Cauchy

- Définition
- Propriétés (convergente implique Cauchy, bornée etc.)
- Dans $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$ tout suite de Cauchy est convergente
- Théorème de point fixe

2 Quelques exemples

2.1 Série de nombres

- Définition sommes partielles + somme de la série dans le cas convergent
- Critère de Cauchy
- Série géométrique
- Série harmonique

2.2 Suite récurrentes et étude asymptotique

- Caractérisation séquentielle de la limite
- Défintion suite définie par récurrence
- Un ou deux théorèmes généraux sur ces suites
- Dév 2 : Étude de deux suites récurrentes